

1 Satellite

Objectif : Modéliser un mouvement gravitationnel circulaire.

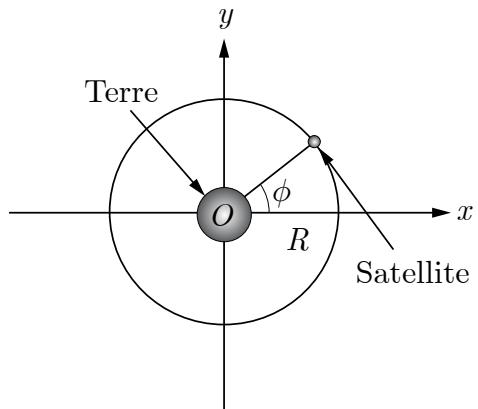
Théorie : 9.2 Loi de la gravitation universelle

Un satellite tourne autour de la terre sur une orbite circulaire à une distance R du centre de la terre.

- Déterminer les équations du mouvement du satellite.
- Déterminer la norme de la vitesse en fonction de R .
- Vérifier dans ce cas particulier la 3^e loi de Kepler.
- SpaceX a lancé un satellite en orbite circulaire à une distance h au-dessus du sol. Déterminer la norme de la vitesse v et la période de révolution T du satellite.
- Déterminer la vitesse v_0 avec laquelle le satellite est lancé à la surface de la terre pour qu'il soit satellisé sur l'orbite circulaire à la distance h au-dessus du sol.
- Déterminer la vitesse de libération v'_0 que devrait avoir le satellite pour s'affranchir complètement de la force d'attraction gravitationnelle de la terre.

Application numérique :

- Constante de la gravitation : $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$,
- Masse de la terre : $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$,
- Rayon de la terre : $R_T = 6380 \text{ km}$,
- Distance de l'orbite : $h = 200 \text{ km}$.



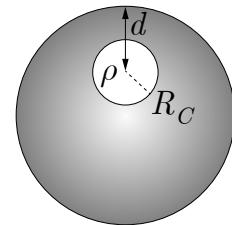
2 Gravimétrie

⌚ Objectif : Modéliser la gravimétrie à l'aide du principe de superposition.

📖 Théorie : 9.2 Loi de la gravitation universelle

Par gravimétrie, on peut déceler l'existence de cavités souterraines.

- (a) A la surface de la terre, calculer le champ de gravitation g_0 de la terre sans cavité et le champ de gravitation g_1 au-dessus d'une cavité sphérique de rayon R_C dont le centre est à la profondeur $d \geq R_C$.



- (b) On suppose qu'on puisse mesurer le champ de gravitation avec une précision,

$$\delta = \frac{g_0 - g_1}{g_0} = 10^{-6}$$

et qu'on veuille détecter une cavité juste au-dessous du sol, c'est-à-dire $R_C = d$. Déterminer la plus petite cavité détectable.

Application numérique :

- Rayon de la terre : $R_T = 6380 \text{ km}$.

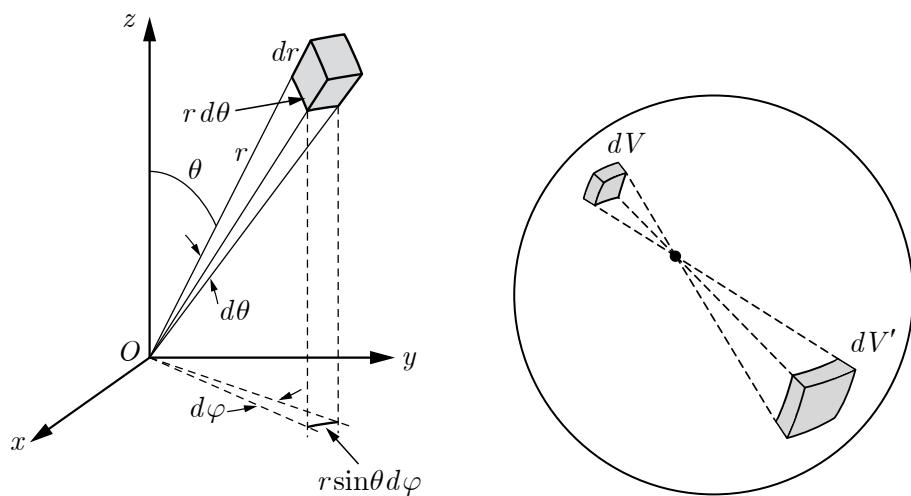
3 Champ de gravitation dans la terre

⌚ Objectif : Modéliser géométriquement le champ gravitationnel à l'intérieur de la terre.

📖 Théorie : 9.2 Loi de la gravitation universelle

Considérer la terre comme un ensemble compact de sphères concentriques.

- (a) Utiliser un argument géométrique pour montrer que le champ à l'intérieur d'une coquille sphérique est nul. Il reste alors que seules les coquilles sphériques pour lesquelles le point considéré est extérieur contribuent au champ en ce point.
- (b) Calculer le champ de gravitation dans la terre et au-dehors en fonction de la distance au centre.



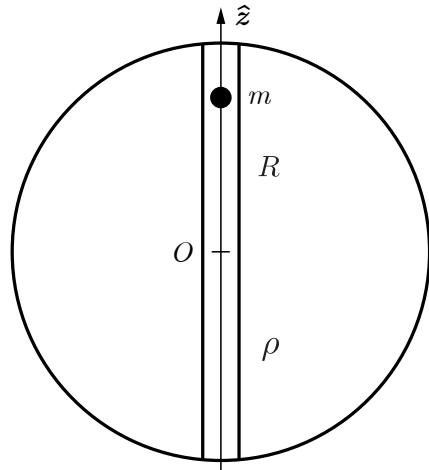
4 Voyage au centre de la terre

Objectif : Modéliser la dynamique due au champ gravitationnel à l'intérieur de la terre.

Théorie : 9.2 Loi de la gravitation universelle

On imagine un tunnel cylindrique selon un diamètre de la Terre, la perforant de part en part en passant par son centre. Un objet de masse m est lâché initialement dans ce tunnel depuis la surface de la Terre de rayon R . On néglige les frottements.

- (a) Déterminer l'équation horaire de l'objet en utilisant l'expression de la norme du champ gravitationnel $g(r) = \frac{4}{3}\pi G \rho r$ à l'intérieur d'une sphère homogène de masse volumique ρ .



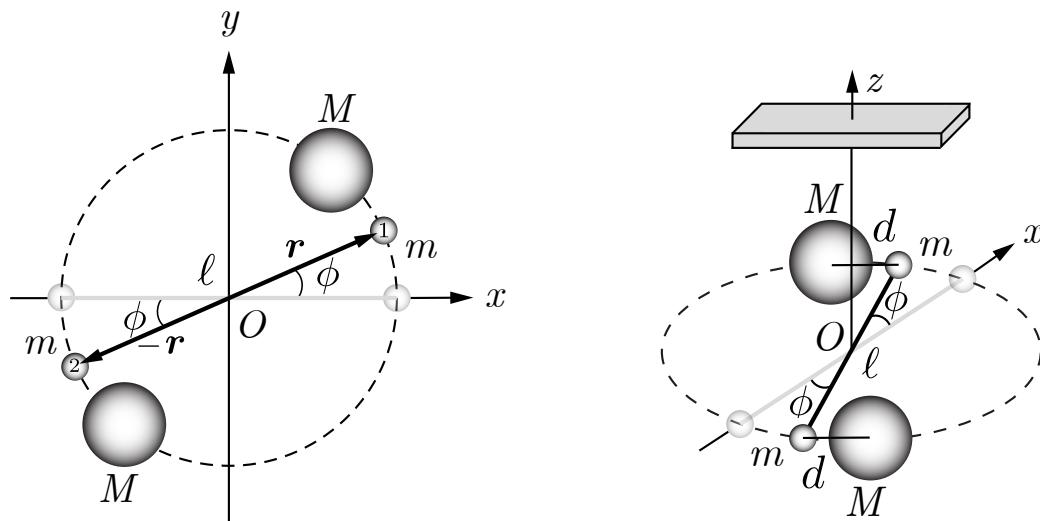
5 Balance de torsion de Cavendish

Objectif : Modéliser le mouvement oscillatoire harmonique amorti en torsion de la balance de Cavendish et déterminer la constante de la gravitation universelle.

Théorie : 9.1 Moment cinétique et moment de force ; 9.2 Loi de la gravitation universelle.

Examen : Problème d'examen.

Deux petites masses identiques m , considérées comme des points matériels 1 et 2 de vecteurs positions \mathbf{r} et $-\mathbf{r}$, sont montées aux extrémités d'une tige horizontale de longueur ℓ et de masse négligeable attachée en son centre O à un fil de torsion vertical. Initialement, la tige est orientée selon l'axe cartésien horizontal $\hat{\mathbf{x}}$, comme indiqué en gris. Deux grandes masses identiques M sont alors fixées de manière symétrique à proximité dans le plan horizontal.



L'amplitude du mouvement d'oscillation des petites masses autour de leur position d'équilibre dans le plan horizontal est si faible qu'on peut considérer que le couple de forces d'attraction gravitationnelles $\mathbf{F}_{G,1}$ et $\mathbf{F}_{G,2}$ générées sur les petites masses est constant et inversement proportionnel au carré de la distance d qui sépare les centres des petites et grandes masses à l'équilibre. La torsion de la tige est décrite par un couple de force élastiques $\mathbf{F}_{e,1}$ et $\mathbf{F}_{e,2}$. L'angle azimutal d'orientation ϕ de la tige est suffisamment petit, i.e. $\phi \ll 1$, pour que les vecteurs déplacements \mathbf{d}_1 et \mathbf{d}_2 des petites masses par rapport à leur position initiale soient tangents à leur mouvement. Les petites masses sont aussi soumises à un couple de forces de frottement visqueux $\mathbf{F}_{f,1}$ et $\mathbf{F}_{f,2}$ dû à leur mouvement dans l'air qui amortissent l'oscillation en torsion.

- Représenter qualitativement les forces gravitationnelles $\mathbf{F}_{G,1}$ et $\mathbf{F}_{G,2}$, et les forces élastiques $\mathbf{F}_{e,1}$ et $\mathbf{F}_{e,2}$ sur la figure de gauche.
- Déterminer le moment de forces gravitationnelles résultant $\mathbf{M}_{G,O}$, le moment de forces élastiques résultant $\mathbf{M}_{e,O}$ et le moment de forces de frottement résultant $\mathbf{M}_{f,O}$ exercés sur la tige, évalués à l'origine O .
- Calculer le moment d'inertie I_O de la tige par rapport au fil vertical qui passe par l'origine O .
- Déterminer l'équation du mouvement oscillatoire amorti en torsion.
- Exprimer la constante de la gravitation universelle G en termes de l'angle azimutal d'équilibre ϕ_0 comme l'a fait Cavendish.